Federica Caforio

Inria, Université Paris-Saclay, France. LMS, Ecole Polytechnique, CNRS, Université Paris-Saclay, France.

Mathematical and numerical modelling of elastic wave propagation in soft tissues with application to cardiac elastography

This talk deals with the mathematical modelling and the numerical simulation of impulsive Acoustic Radiation Force (ARF)-driven Shear Wave Elastography (SWE) imaging in a prestressed soft tissue, with a specific reference to the cardiac setting. First, I will focus on the derivation of an original mathematical model of the ARF and the resulting shear wave propagation. In more detail, starting from an accurate biomechanical model of the heart and based on asymptotic analysis, we infer the governing equation of the pressure and the shear wave field remotely induced by the ARF. In addition, we retrieve an analytical expression of the source term responsible for the generation of shear waves from an acoustic pressure pulse. In the second part of the presentation, I will present efficient numerical tools for a realistic numerical simulation of a SWE experiment in a nearly-incompressible, pre-stressed, fibered soft tissue. The spatial discretisation is based on high-order Spectral Finite Elements (HO-SEM). Concerning time discretisation, I will outline a novel method adapted to incompressible elasticity. In particular, only the terms travelling at infinite velocity, associated with the incompressibility constraint, are treated implicitly by solving a scalar Poisson problem at each time step of the algorithm.

Questa presentazione verte sulla modellizzazione matematica e la simulazione numerica della tecnica di imaging chiamata Shear Wave Elastography (SWE) basata sulla Forza di Radiazione Acustica (FRA) in un tessuto biologico, con un riferimento specifico al miocardio.

Innanzitutto, mi concentrerò sulla derivazione di un modello matematico originale della FRA e della propagazione di onde di taglio che ne risulta. Più in dettaglio, a partire da un accurato modello biomeccanico del cuore e basandoci su delle considerazioni di analisi asintotica, abbiamo derivato le equazioni che governano il campo di onde di pressione e di taglio indotti a distanza dalla FRA. Inoltre, abbiamo ottenuto un'espressione analitica del termine sorgente responsabile della generazione di onde di taglio a partire da un impulso di pressione acustica. Nella seconda parte della presentazione, descriverò dei metodi numerici efficaci per ottenere delle simulazioni numeriche realistiche di un esperimento di SWE in un tessuto biologico quasi-incomprimibile, fibroso e pre-stressed. La discretizzazione spaziale si basa su elementi finiti spettrali di ordine elevato (HO-SEM). Riguardo la discretizzazione in tempo, descriverò un nuovo metodo adatto all'elasticità in materiali incomprimibili. In particolare, solo i termini che si propagano a velocità infinita, associati al vincolo di incomprimibilità, sono trattati in modo implicito attraverso la risoluzione di un problema scalare di Poisson ad ogni passo temporale dell'algoritmo.